Aula 2 - Revisão

I Parte

Revisão de Conceitos Básicos da Matemática aplicada à Resistência dos Materiais I: Relações Trigonométricas, Áreas, Volumes, Limite, Derivada, Integral, Vetores.

II Parte

Revisão de Conceitos da Estática das Estruturas: Graus de Liberdade, Apoios, Estaticidade e Estabilidade, Forças Externas e Forças Internas (Esforços Solicitantes), Cargas.

Revisão dos fundamentos da trigonometria

Nessa segunda aula serão apresentadas algumas definições importantes para orientar o estudo em questão, abordando uma rápida revisão das relações e fundamentos básicos de trigonometria para o entendimento geral de conceitos posteriores relacionados à estática e à resistência dos materiais.

Ao final dessa aula você deverá ser capaz de calcular as relações métricas do triângulo retângulo, as dimensões de um triângulo retângulo através do teorema de Pitágoras e os ângulos através das funções trigonométricas especiais.

Na sequência você aprenderá a aplicar a Lei dos Senos e a Lei dos Cossenos, sendo estas uma ferramenta de grande valor para o cálculo de força vetorial resultante.

Objetivos

- Revisão das relações métricas de um triângulo retângulo.

- Revisão do teorema de Pitágoras.

- Revisão das funções trigonométricas.

- Aplicação da Lei dos Senos.

- Aplicação da Lei dos Cossenos.

Triângulo Retângulo

Triângulos retângulos são figuras geométricas planas com três lados e três ângulos que possuem um ângulo reto, ou seja, medindo 90°.

a) Elementos:

Considerando-se um triângulo *ABC*, retângulo em *A*, podem-se caracterizar os seguintes elementos:

Lado *AB* = *c*: cateto ;

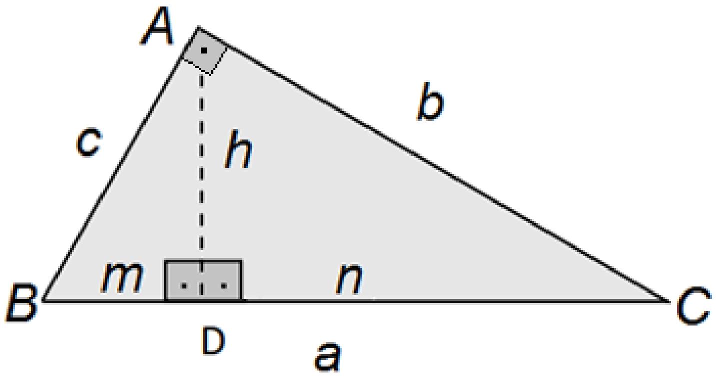
Lado *AC* = *b*: cateto;

Lado *BC* = *a*: hipotenusa;

Lado *AD* = *h*: altura relativa à hipotenusa;

Lado *BD* = *m*: projeção de *c* sobre *a*;

Lado *DC* = *n*: projeção de *b* sobre *a*.

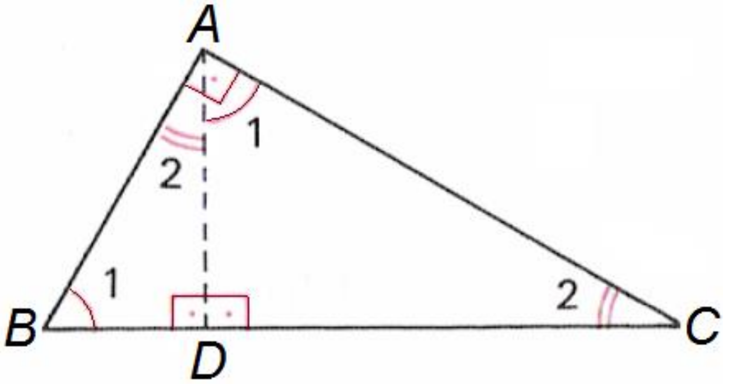


Triângulo Retângulo

b) Relações métricas:

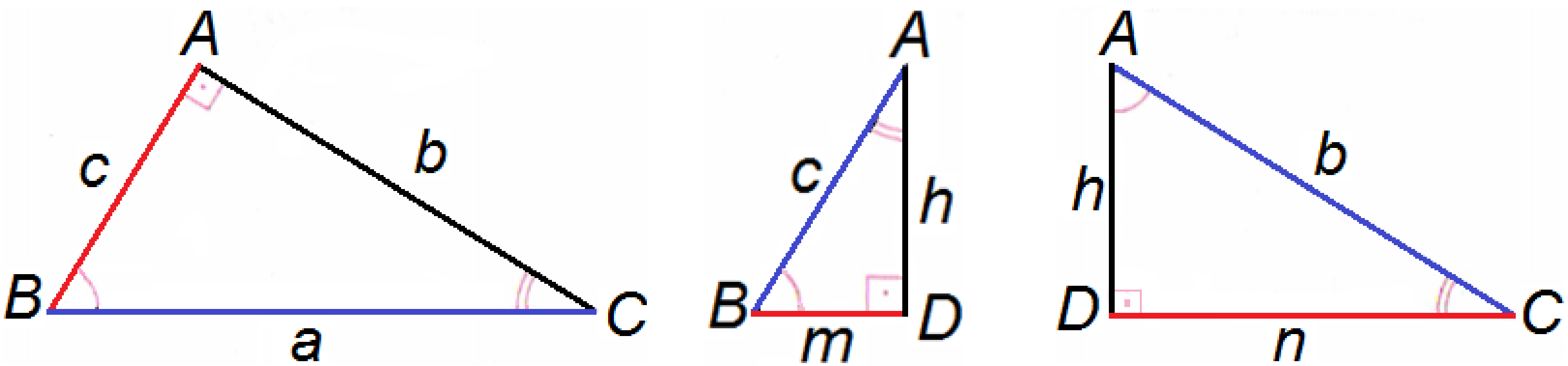
Através da altura *AD*, relativa à hipotenusa do triângulo *ABC*, obtém-se dois triângulos retângulos *ABD* e *ACD* semelhantes ao triângulo *ABC*, devido à congruência dos ângulos indicados:

$B \equiv 1$ (complementos de C)
$C \equiv 2$ (complementos de B)



Com base na semelhança dos triângulos Δ_{ABC}, Δ_{ABD} e Δ_{ACD}, determinam-se as relações trigonométricas a seguir:

Relações trigonométricas



$$(1)\ c^2 = a \cdot m \qquad (3)\ h^2 = m \cdot n \qquad (5)\ b \cdot h = c \cdot n$$

$$(2)\ b^2 = a \cdot n \qquad (4)\ b \cdot c = a \cdot h \qquad (6)\ c \cdot h = b \cdot m$$

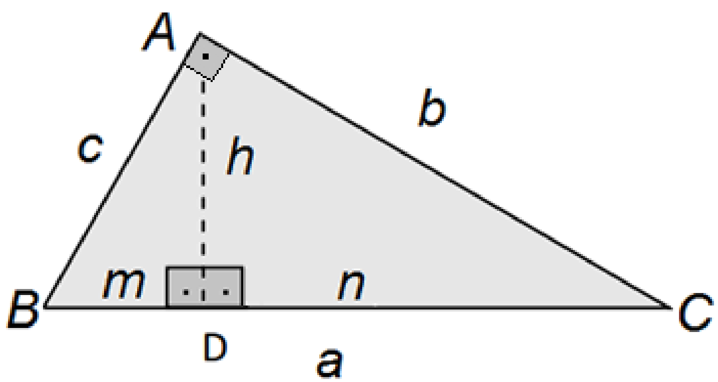
$$\frac{a}{b} = \frac{b}{n}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{m}$$

Teorema de Pitágoras

Das relações (1) e (2), tem-se:

$$\left.\begin{array}{l} c^2 = a \cdot m \\ b^2 = a \cdot n \end{array}\right\} \Rightarrow c^2 + b^2 = a \cdot m + a \cdot n \Rightarrow c^2 + b^2 = a \cdot (m+n)$$



Através do triângulo *ABC* podemos verificar que como $m + n$ é igual a a, então:

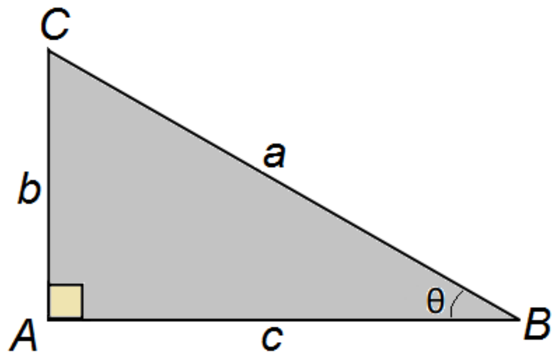
$$c^2 + b^2 = a \cdot a \Rightarrow a^2 = c^2 + b^2$$

E esta equação é conhecida como Teorema de Pitágoras.

Alguns ângulos importantes

Seno, Cosseno e Tangente de um ângulo agudo (30°, 45° e 90°)

Sendo θ a medida de um dos ângulos agudos de um triângulo retângulo Δ_{ABC} mostrado, tem-se:



$$\text{Seno de } \theta = sen\theta = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa} = \frac{b}{a}$$

$$\text{Cosseno de } \theta = cos\theta = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa} = \frac{c}{a}$$

$$\text{tangente de } \theta = tg\theta = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente} = \frac{b}{c}$$

Alguns ângulos importantes

Razões trigonométricas especiais:

	30°	45°	60°
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Relação fundamental da trigonometria

Relacionando o teorema de Pitágoras com as funções trigonométricas do seno e do cosseno, obtemos a seguinte relação:

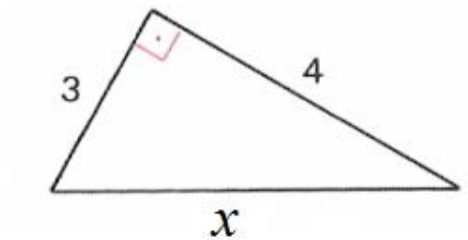
$$\left.\begin{aligned} sen\theta = \frac{b}{a} \rightarrow b = a\,sen\theta \\ cos\theta = \frac{c}{a} \rightarrow c = a\,cos\theta \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} & a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a^2 = (a\,sen\theta)^2 + (a\,cos\theta)^2 \\ & a^2 = a^2\,sen^2\theta + a^2\,cos^2\theta \rightarrow a^2 = a^2\,(sen^2\theta + cos^2\theta) \end{aligned}$$

$$\mathbf{sen^2\theta + cos^2\theta = 1}$$

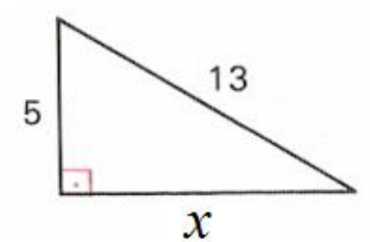
Exercícios

1. Determine o valor de *x* nos casos:

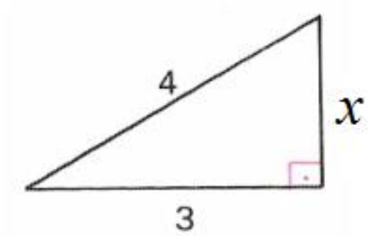
a)



b)

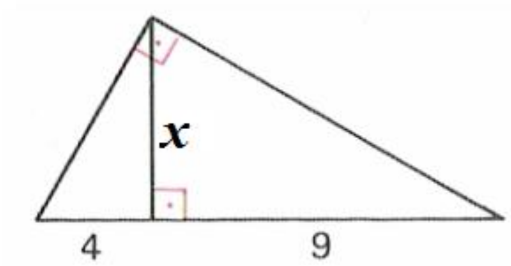


c)

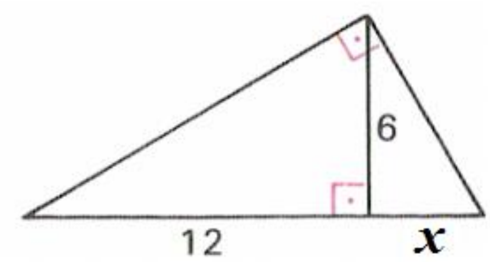


2. Utilizando as relações métricas determine o valor de *x*:

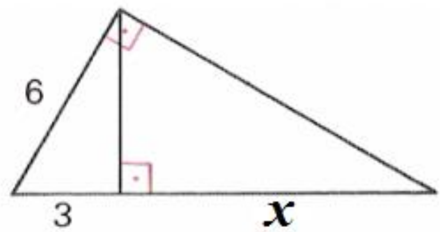
a)



b)



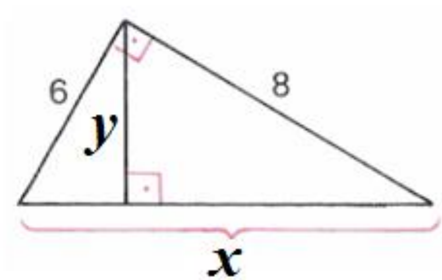
c)



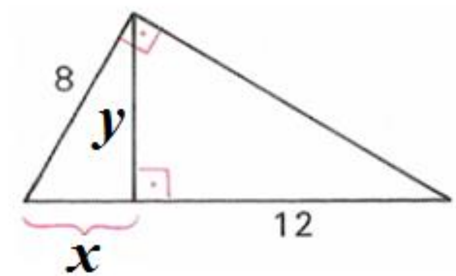
Exercícios

3. Determine x e y nos triângulos abaixo:

a)

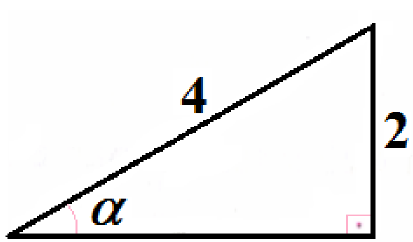


b)

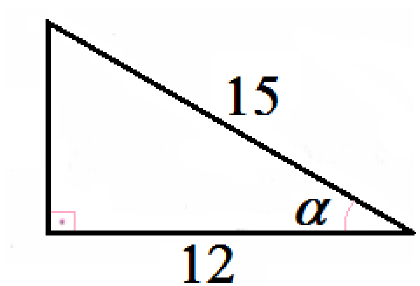


4. Determine o $sen\alpha$ nos casos seguintes:

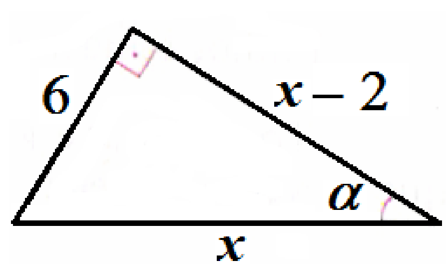
a)



b)



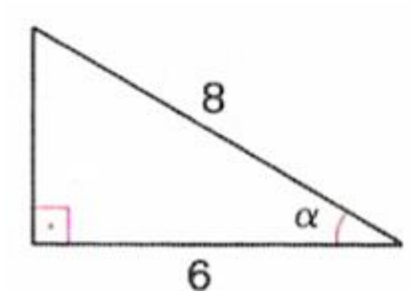
c)



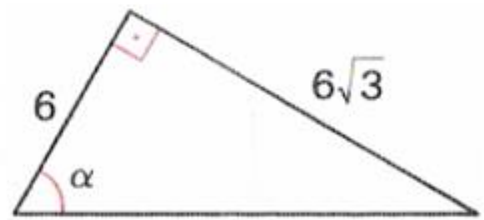
Exercícios

5. Determine o *cosα* nos casos:

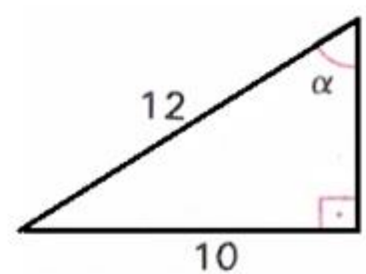
a)



b)

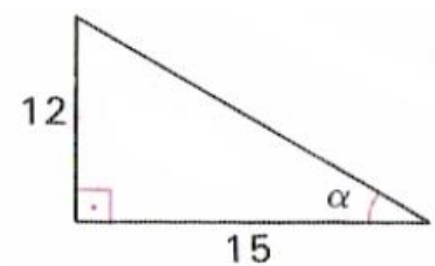


c)

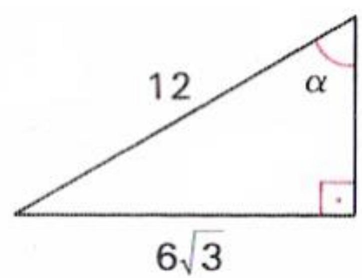


6. Determine a *tgα* nos casos:

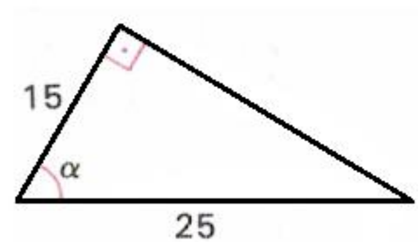
a)



b)



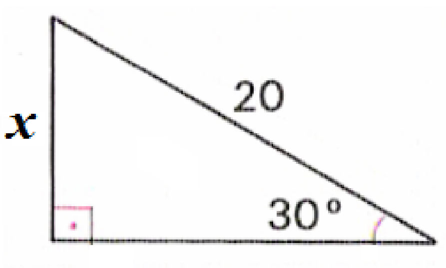
c)



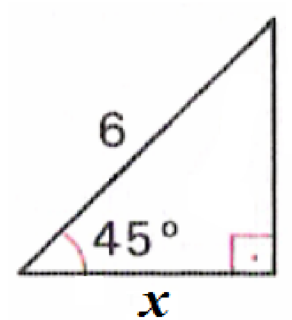
Exercícios

7. Determine o valor de *x* nos casos:

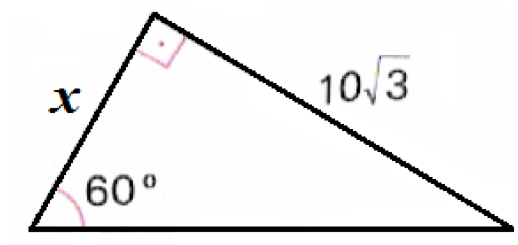
a)



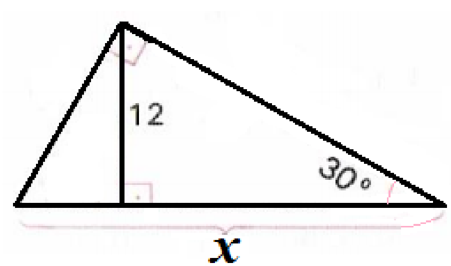
b)



c)



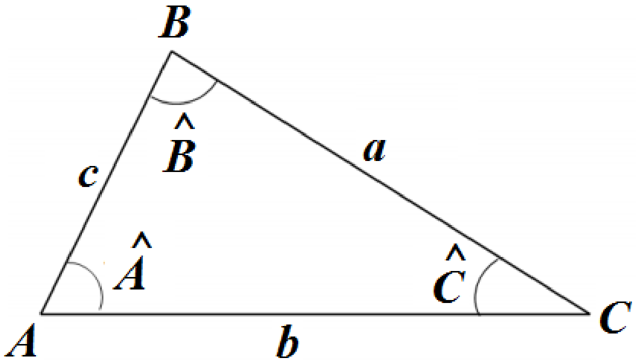
d)



Lei dos Senos

"Os lados de um triângulo são proporcionais aos senos dos ângulos opostos na mesma razão do diâmetro do círculo circunscrito ao triângulo".

Na prática, em qualquer triângulo, temos:



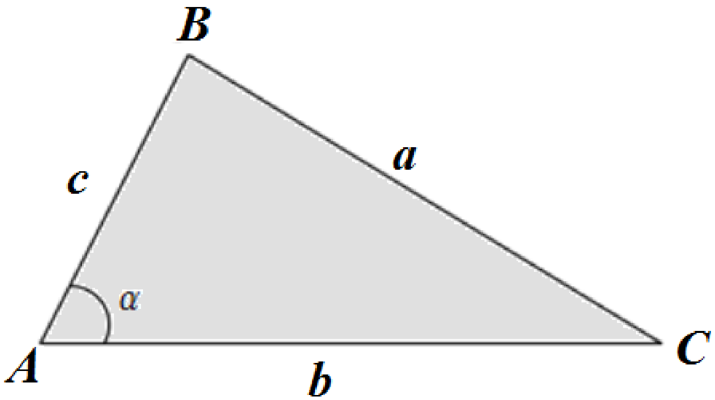
$$\frac{a}{sen\hat{A}} = \frac{b}{sen\hat{B}} = \frac{c}{sen\hat{C}}$$

Lei dos Cossenos

A lei dos cossenos também serve para qualquer triângulo!

Ela nos ajuda a encontrar um lado do triângulo em função dos outros dois lados e do ângulo entre eles.

E a relação é a seguinte:

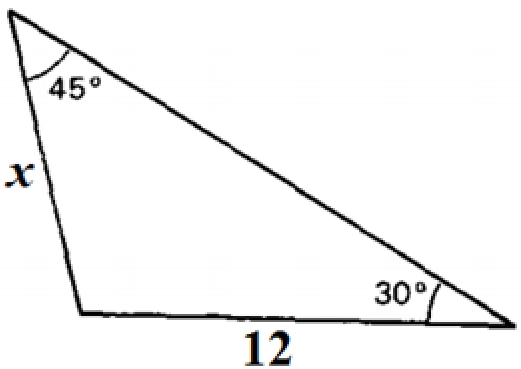


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\alpha$$

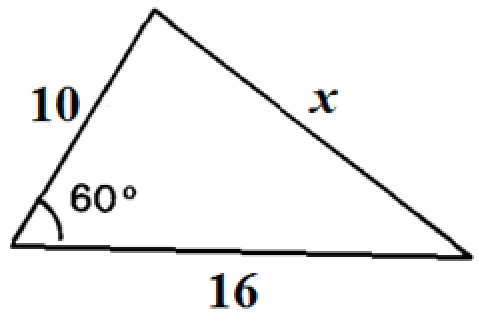
Exercícios

Determine a medida de *x* nos casos:

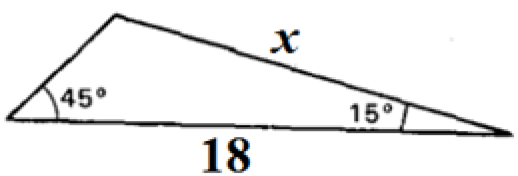
a)



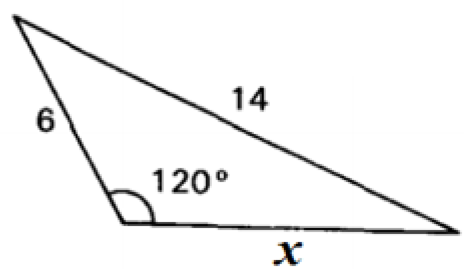
b)



c)

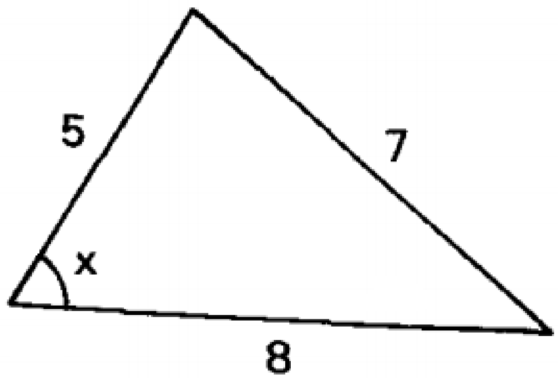


d)

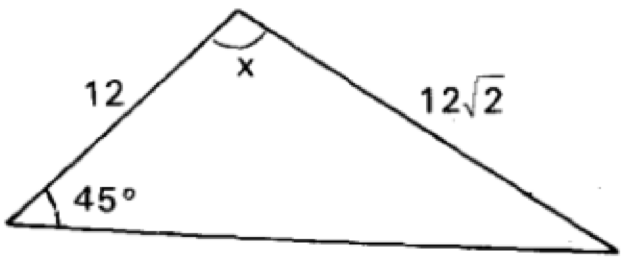


Exercícios

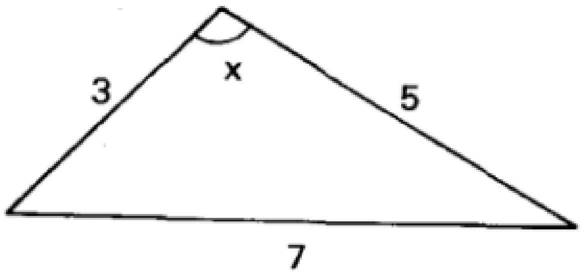
e)



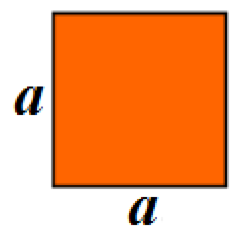
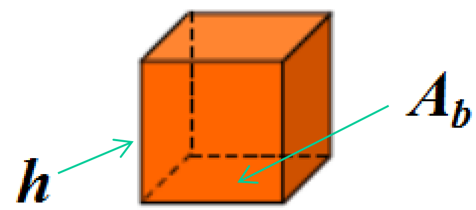
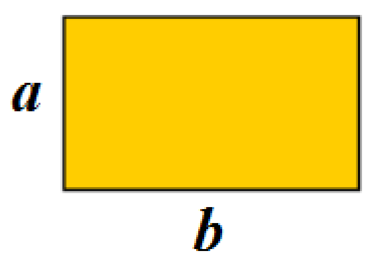
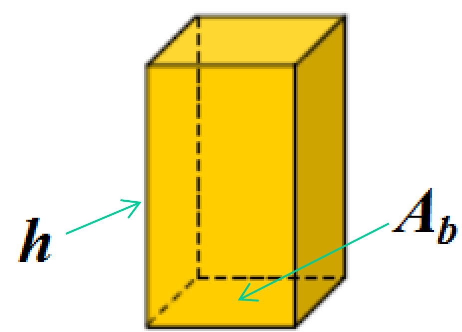
f)



g)



Áreas e Volumes

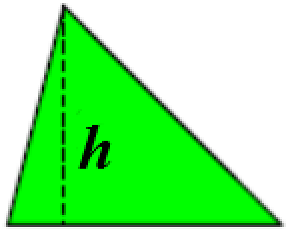
Área e Perímetro	Volume
Quadrado  $A = a \cdot a = a^2 \quad P = 4 \cdot a$	**Cubo**  $V = A_b \cdot h = a \cdot a \cdot a = a^3$
Retângulo / Paralelogramo  $A = a \cdot b \quad P = 2 \cdot a + 2 \cdot b$	**Prisma / Paralelepípedo**  $V = A_b \cdot h = a \cdot b \cdot h$

ENIAC
Educação Básica e Superior

Áreas e Volumes

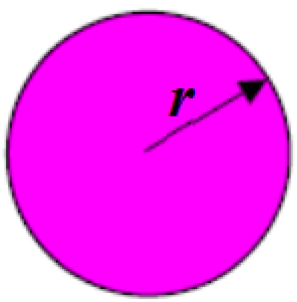
Área e Perímetro

Triângulo



$$A = \frac{b \cdot h}{2} \qquad P = soma\ 3\ lados$$

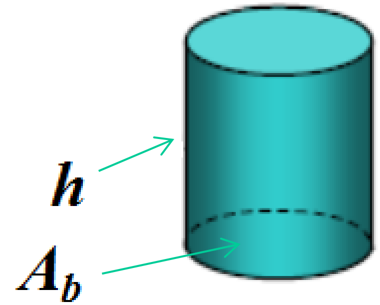
Círculo / Circunferência



$$A = \pi \cdot r^2 \qquad P = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Volume

Cilindro

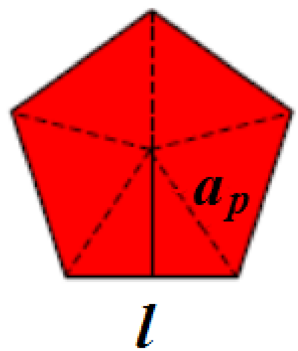
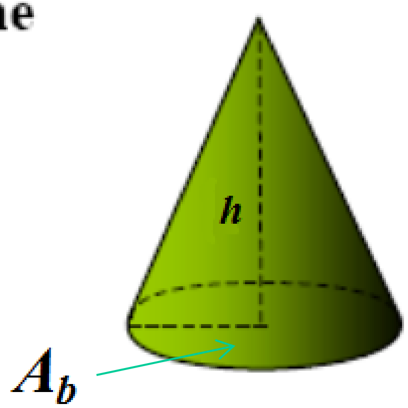


$$V = A_b \cdot h$$

Esfera

$$V = {}^{4}/_{3}\, \pi \cdot r^3$$

Áreas e Volumes

Área e Perímetro	Volume
Pentágono, Hexágono regulares  $A = \frac{l \cdot a_p}{2} n \quad (n = n^{\underline{o}} \; lados)$ $P = soma \; n \; lados$	Cone  $V = {}^{1}/_{3} \, A_b \cdot h$